

MÉTODO DE PONTO PROXIMAL COM MÉTRICA VARIÁVEL: ESTUDO DO CASO QUADRÁTICO E IMPLEMENTAÇÕES

Edvaldo Elias de Almeida Batista (bolsista do PIBIC/UFPI), Gilvan Lima de Oliveira (colaborador, Depto. de Matemática –UFPI), João Xavier da Cruz Neto (Orientador, Depto. de Matemática –UFPI)

INTRODUÇÃO

Em [2] foi proposto um algoritmo em Variedades Riemannianas, veja [1]. Posteriormente, [3] estuda um caso particular de [2] introduzindo uma família de métodos do tipo interior-proximal com métrica variável, no qual o passo iterativo:

$$\left\{ f(x) + \frac{\beta_k}{2} \|x - x^k\|_{(x^k)^{-r}}^2 \right\}$$

e os parâmetros de regularização dados por

$$\beta_k = \left(\max(x^k)^{r-1} \right) \|\nabla f(x^k)\| + L \left(\max(x^k)^r \right) + \sigma_k,$$

onde L é a constante de Lipschitz do gradiente da função objetivo, $\{\sigma_k\}$ uma seqüência de números reais positivos.

Foi mostrado em [3] que a seqüência converge no sentido fraco. A convergência global dessa seqüência só foi estabelecida diante da forte hipótese da convexidade estrita.

O aparecimento da constante de Lipschitz na definição dos parâmetros, tem tornado o algoritmo muito restrito, pela dificuldade em obtê-la. Porém como mostrado em [3], para o caso quadrático, a constante é conhecida e de fácil obtenção. Baseado nesta facilidade é que nos propomos a estudar o comportamento assintótico da seqüência gerada pelo algoritmo.

METODOLOGIA E RESULTADOS

A metodologia de desenvolvimento desse projeto constituiu-se, basicamente, na leitura de referências relacionadas com o tema. Estudo de métodos abordados pelos autores e determinação dos problemas que implicaram na não obtenção dos resultados desejados. Nesse ano de execução do projeto, obtemos a completa familiarização e entendimento do problema-alvo, através de estudos de todo o “background” do referido problema. O estabelecimento da convergência global, para o caso quadrático, não foi obtido para essa família específica de algoritmos. Porém esse estudo foi determinante para a aceleração de 12 meses para o término do mestrado do orientando, ingressado em 2010.2 na UFPI e com previsão de término em 2011.1.

CONCLUSÕES

A análise do comportamento assintótico da seqüência gerada pelo algoritmo proposto sugere a convergência global, especificamente para o caso quadrático. Isto é evidenciado através das implementações realizadas, utilizando-se alguns exemplos de funções especiais. Os Problemas testes (veja tabelas abaixo) foram obtidos de (4).

TABELA 1

Problem	Row	Col	NZ	QN	QNZ	Optimal Value
genhs28	8	20	48	20	46	9.2717369e-01
hs118	47	62	128	15	0	6.6482045e+02
hs21	5	7	11	2	0	-9.9960000e+01
hs35	1	4	4	3	2	1.1111111e-01
hs76	3	7	13	4	2	-4.6818182e+00
lotschd	7	12	54	6	0	2.3984159e+03
qpcblend	74	114	522	83	0	-7.8425409e-03
qptest	3	5	8	2	1	4.3718750e+00
zecevic2	4	6	10	1	0	-4.1250000e+00

TABELA 2

Problem	N1	r										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
genhs28	6	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16
hs118	7	613	34	27	24	23	23	27	31	35	40	39
hs21	7	43	17	17	20	26	39	60	91	131	175	215
hs35	6	23	25	59	112	39	81	671	881	1171	2472	1696
hs76	6	62	14	24	48	68	169	204	494	901	1484	1960
lotschd	6	384	19	14	13	12	11	12	13	14	18	23
qpcblend	10	1117	137	68	55	76	108	188	307	596	1121	2038
qptest	5	9	8	9	15	10	16	22	38	70	128	222
zecevic2	6	46	6	5	5	17	38	77	100	74	200	237
totals		2312	275	238	307	286	500	1276	1970	3007	5653	6446

REFERÊNCIAS

1. DO CARMO, M. P., *Riemannian Geometry*, Boston, Birkhauser (1992).
2. CRUZ NETO, J. X. e OLIVEIRA, P. R. de. *Métodos Geodésicos na Programação Matemática*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro (1995).
3. DE OLIVEIRA, G. L. e OLIVEIRA, P. R. de. *Uma Nova Classe de Métodos de Ponto Proximal com Métrica Variável para Problemas em Otimização com Restrição de Positividade*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro (2002).
4. MAROS, I. and MÉSZÉROS, C., 1999, **A Repository of convex quadratic programming problems**. Optimization Methods and Software, 11–12, 671–681.

PALAVRAS-CHAVE: Ponto Proximal. Métrica variável. Otimização convexa.